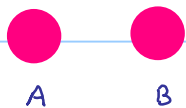


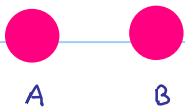
هم‌نسبیتی و جدایی پذیری



$$|\psi\rangle_{AB} = |\phi\rangle_A \otimes |\phi'\rangle_B$$

$$\langle M_A \rangle = \langle \phi | M | \phi \rangle_A \times 1$$

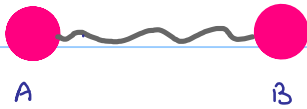
$$\langle N_B \rangle = 1 \times \langle \phi' | N | \phi' \rangle_B$$



$$|\psi\rangle_{AB} = |\uparrow\rangle_A \otimes |\uparrow\rangle_B$$

$$P_A(z, +) = \langle \psi | (|z_+ \rangle \langle z_+| \otimes I) | \psi \rangle_{AB} = |\langle z_+ | \uparrow \rangle|^2$$

$$P_B(x, -) = \langle \psi | (I \otimes |x_- \rangle \langle x_-|) | \psi \rangle_{AB} = |\langle x_- | \uparrow \rangle|^2$$



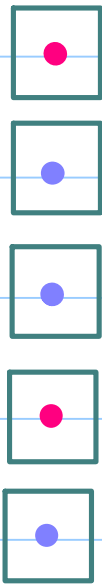
$$|\psi\rangle_{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0,0\rangle + |1,1\rangle)$$

perfect correlation

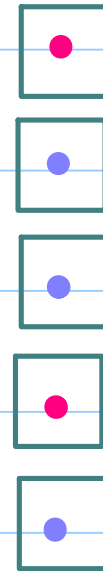
$$P(00) = \frac{1}{2}$$

$$P(11) = \frac{1}{2}$$

$$P(01) = P(10) = 0$$



perfect classical Correlation



$$|\psi\rangle = |\text{Singlet}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|n+, n-\rangle - |n-, n+\rangle)$$

چه فرقی بین حالت کلاسیک و کوانتومی هست؟

دکتر نادر ملکبات کوانتومی

نمبر در Bell

دکتر چیرام



نادر ملکبات در واقع کوانتوم

متغیر در پنهان

• حالات؟ خالص

$$|\psi\rangle = |\phi\rangle \otimes |\chi\rangle \rightarrow \rho_A = |\phi\rangle\langle\phi| \rightarrow \rho_A^2 = \rho_A$$

• تجزیه ایست

$$|\psi\rangle \in \mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$$

$$\mathcal{H}_A = \text{span} \{ |i\rangle ; i=1, \dots, d_A \}$$

$$\mathcal{H}_B = \text{span} \{ |\mu\rangle ; \mu=1, \dots, d_B \}$$

$$|\psi\rangle = \sum_{i=1}^{d_A} \sum_{\mu=1}^{d_B} \psi_{i\mu} |i\rangle \otimes |\mu\rangle$$

$$\rho_A = \text{Tr}_B (|\psi\rangle\langle\psi|)$$

$$(\rho_A)_{ij} = \sum_{\mu=1}^{d_B} \psi_{i\mu} \psi_{j\mu}^*$$

We choose the basis for $\mathcal{H}_A$ such that ρ_A is diagonal.

$$\rightarrow |\psi\rangle = \sum_{i,\mu} \psi_{i\mu} |i\rangle \otimes |\mu\rangle$$

$$\rightarrow |\psi\rangle = \sum_i |i\rangle \otimes \left(\sum_{\mu} \psi_{i\mu} |\mu\rangle \right)$$

$$\rightarrow |\psi\rangle = \sum_i |i\rangle \otimes \lambda_i |\phi_i\rangle$$

$$\langle \phi_i | \phi_j \rangle = \delta_{ij}$$

Schmidt Coefficients.

$$1 \leq i \leq \min(d_A, d_B)$$

$$\rho_A = \sum_i \lambda_i^2 |i\rangle\langle i|$$

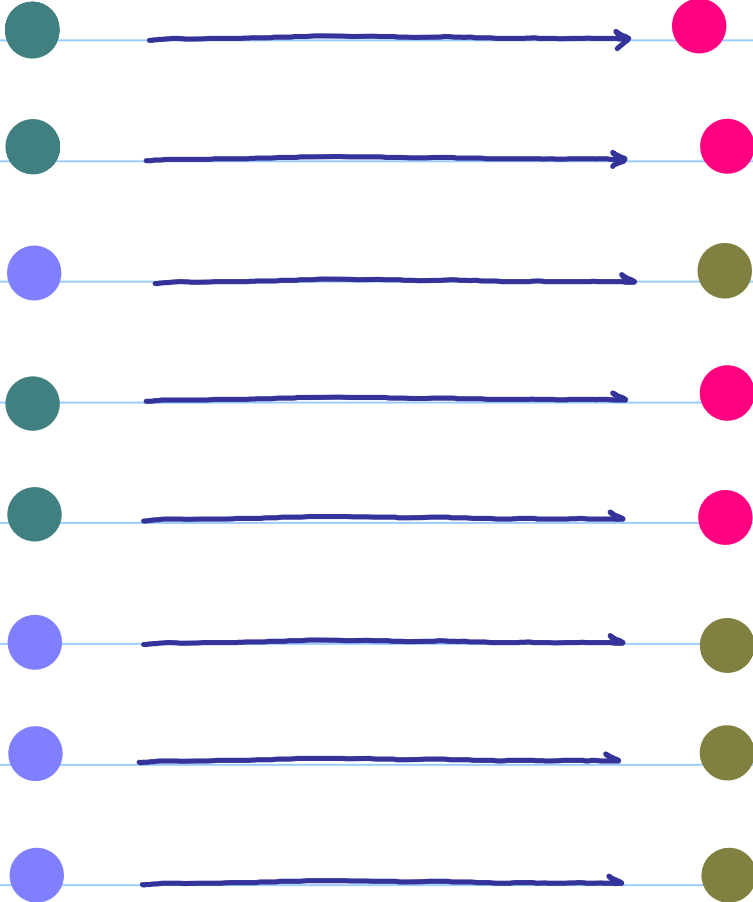
$$\rho_B = \sum_i \lambda_i^2 |\phi_i\rangle\langle \phi_i|$$

$$\sum_i \lambda_i^2 = 1$$

حالت: آمیخته جابجایی

Alice (A)

Bob (B)



$$\rho_{AB} = P_1 | \text{red} \times \text{green} \text{red} \rangle + P_2 | \text{blue} \text{olive} \times \text{blue} \text{olive} \rangle$$

$$= P_1 | \text{green} \times \text{green} \rangle \otimes | \text{red} \times \text{red} \rangle + P_2 | \text{blue} \times \text{blue} \rangle \otimes | \text{olive} \times \text{olive} \rangle$$

$$\rho_{AB} = \sum_i p_i |e_i\rangle\langle e_i| \otimes |f_i\rangle\langle f_i| \quad \text{①} \quad \leftarrow \text{Separable State}$$

Classical Correlation

$$\begin{aligned} \rho_{AB}(X=a, Y=b) &= \text{tr}(|a\rangle\langle a| \otimes |b\rangle\langle b| \rho_{AB}) \\ &= \sum_i p_i \rho_A^i(a) \rho_B^i(b) \neq \rho_A(a) \rho_B(b). \end{aligned}$$

• قضیه: یک حالت ρ_{AB} جدایی ناپذیر است اگر فقط در برابر آن ρ_{AB} این امر درست است:

$$\rho_{AB} = \sum_i p_i \rho_A^i \otimes \rho_B^i \quad \text{②}$$

• اثبات:

① ← ② : به هر اتراتی که برقرار است. ① حالت فاضلی از ② است.

② ← ① :

$$\rho_{AB} = \sum_i p_i \left(\sum_\mu p_\mu |e_\mu^i\rangle\langle e_\mu^i| \right) \otimes \left(\sum_\nu p_\nu^i |f_\nu^i\rangle\langle f_\nu^i| \right)$$

$$= \sum_{\mu, \nu, i} p_{i, \mu, \nu} |e_{\mu}^i \times e_{\nu}^i| \otimes |p_{\nu}^i \times p_{\mu}^i|$$

$$= \sum_{\alpha} p_{\alpha} |e_{\alpha} \times e_{\alpha}| \otimes |p_{\alpha} \times p_{\alpha}|$$

• ملک در جدائی پذیری

• تعریف: ترانپوزیشن partial Transposition

$$X = \sum_{ij, \mu, \nu} X_{ij, \mu, \nu} |i_{\mu} \times j_{\nu}| = \sum_{ij, \mu, \nu} X_{ij, \mu, \nu} |i \times j| \otimes |\mu \times \nu|$$

$$X^{T_A} = \sum_{ij, \mu, \nu} X_{ij, \mu, \nu} |j_{\mu} \times i_{\nu}|$$

$$X^{T_B} = \sum_{ij, \mu, \nu} X_{ij, \mu, \nu} |i_{\nu} \times j_{\mu}|$$

• $(X^{T_A})^{T_A} = X$

• $X^T = (X^{T_A})^{T_B}$

$$\text{tr}(X^T Y) = \text{tr}(X Y^T)$$

: pr = bi ✓

$$\begin{aligned} \text{tr}(X^T Y) &= \sum_{ij} \langle ij | X^T Y | ij \rangle = \sum_{ij,rs} \langle ij | X^T | rs \rangle \langle rs | Y | ij \rangle \\ &= \sum_{ij,rs} \langle rj | X | is \rangle \langle rs | Y | ij \rangle \end{aligned}$$

$$= \sum_{ij,rs} \langle rj | X | is \rangle \langle is | Y^T | rj \rangle = \text{tr}(X Y^T)$$

• قضیه: اگر ρ یک حالت جدایی پذیر باشد آنگاه $\rho^{T_A} \geq 0$.

• اثبات:

$$\rho = \sum_i p_i \rho_i^A \otimes \rho_i^B$$

$$\rho^{T_A} = \sum_i p_i (\rho_i^A)^T \otimes \rho_i^B$$

$$(\rho_i^A)^T \geq 0 \rightarrow (\rho_i^A)^T \otimes \rho_i^B \geq 0 \rightarrow \rho^{T_A} \geq 0.$$

• مثال: $2 \otimes 2$ و $2 \otimes 3$ به صورت زیر است.

• مثال:

$$\rho = p \frac{1}{2} + (1-p) |\psi\rangle\langle\psi| \quad |\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|00\rangle + |11\rangle)$$

$$\rho = \begin{bmatrix} p/2 & & & \\ & p/2 & & \\ & & p/2 & \\ & & & p/2 \end{bmatrix} + \frac{1}{2}(1-p) \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ & & & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rho = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & & & 1-p \\ & p & & \\ & & p & \\ 1-p & & & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \lambda(\rho) = \frac{1}{2} \{ p, p, 2-p, 2 \}$$

$$\rho^{T_A} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & p & 1-p & \\ & 1-p & p & \\ & & & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \lambda(\rho^{T_A}) = \frac{1}{2} \{ 1, 1, 1, 1-2p \}$$

→ ρ is separable only for $0 \leq p \leq \frac{1}{2}$.

$\mathcal{S}$ = مجموعه تمام حالت‌های جدایی‌پذیر

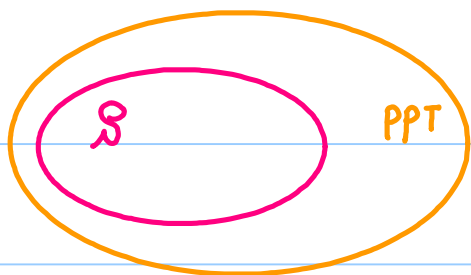
$\text{PPT} = \rho^{T_A} \geq 0$ مجموعه تمام حالت‌های نه

$$\mathcal{S} \subset \text{PPT}$$

نکته ۱

$\mathcal{S}$, PPT هر دو محدب هستند

نکته ۲



Majorization

• یک عدد دیگر

• ترتیب: $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$, $\{y_1, y_2, y_3, \dots, y_n\}$ در تابع توزیع اِکال هستند.

حرفه‌ای‌ترین ترتیب مرتب‌شده اند: $x_1 \geq x_2 \geq \dots \geq x_n$

$$\sum_{i=1}^k x_i \leq \sum_{i=1}^k y_i \quad \forall k$$

✓
✓

x is majorized by y .

در زیر

$$x < y.$$

بهر تابع توزیع می‌گردد:

$$p < q \quad \text{if for } \forall x < L$$

$$\int_0^x p(u) du \leq \int_0^x q(u) du.$$

• مثال:

$$x = \left\{ \frac{8}{16}, \frac{4}{16}, \frac{2}{16}, \frac{2}{16} \right\}$$

$$y = \left\{ \frac{9}{16}, \frac{3}{16}, \frac{3}{16}, \frac{1}{16} \right\}$$

$\Rightarrow$

$$x < y$$

$$x = \left\{ \frac{4}{8}, \frac{3}{8}, \frac{1}{8} \right\}$$

$$y = \left\{ \frac{3}{8}, \frac{3}{8}, \frac{2}{8} \right\}$$

$\Rightarrow$

$$y < x$$

$$x = \left\{ \frac{4}{8}, \frac{3}{8}, \frac{1}{8} \right\}$$

$$x \not< y$$

$$y = \left\{ \frac{5}{8}, \frac{1.5}{8}, \frac{1.5}{8} \right\}$$

$$y \not< x$$

• قضیه:

$$x \prec y \iff x = Dy$$



$$H(x) \geq H(y)$$

$D = \text{Doubly Stochastic}$

• مثال:

$$x = \left\{ \frac{4}{8}, \frac{3}{8}, \frac{1}{8} \right\}$$

$$\Rightarrow y \prec x$$

$$y = \left\{ \frac{3}{8}, \frac{3}{8}, \frac{2}{8} \right\}$$

$$\begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{2}{3} & 0 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

• مثال:

$$\begin{bmatrix} 8 \\ 6 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & 1-a-b \\ c & d & 1-c-d \\ 1-a-c & " & " \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{aligned} 7a &= 5 \\ 7c &= 3 \end{aligned}$$

$$\downarrow$$

$$1 - \frac{5}{7} - \frac{3}{7} = \frac{-1}{7}$$

● قضیه: اگر ρ_{AB} جداء پذیر باشد، آنگاه

$$\lambda(\rho_{AB}) < \lambda(\rho_A), \quad \lambda(\rho_{AB}) < \lambda(\rho_B)$$

$$\rho = p \frac{I}{2} + (1-p) |\psi\rangle\langle\psi| = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & & & 1-p \\ & p & & \\ & & p & \\ 1-p & & & 1 \end{bmatrix} \quad \bullet \text{ مثال:}$$

$$\rho_A = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1+p & 0 \\ 0 & 1+p \end{bmatrix}$$

$$\rho_B = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1+p & 0 \\ 0 & 1+p \end{bmatrix}$$

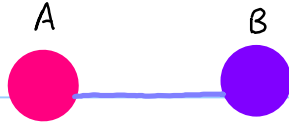
$$\lambda(\rho_{AB}) = \frac{1}{2} \{2-p, p, p, p\}$$

$$\lambda(\rho_A) = \lambda(\rho_B) = \frac{1}{2} \{1+p, 1+p, 0, 0\}$$

اگر $\lambda(\rho_A) \nless \lambda(\rho_{AB}) \leftarrow$ جداء پذیر نیست

● محدوده ای که به این ترتیب در دسترس PPT $\frac{1}{2} < p \equiv 2-p \nless 1+p$

آنتروپی فول نہیال



$$|\psi\rangle_{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|01\rangle - |10\rangle)$$

$$S(\rho_{AB}) = 0$$

$$S(\rho_A) = S(\rho_B) = 1$$

میتجہ ہماٹہ رانتوی

AB منظم است ($S_{AB} = 0$)، اگر خوات آن مانیم جے فطعی ہا لارہ.

$$S_n^{AB} = 0$$

$$S_n^A = S_n^B = \pm \frac{1}{2}$$

● قضیہ: اگر ρ_{AB} جابہ نہر ہند آتا.

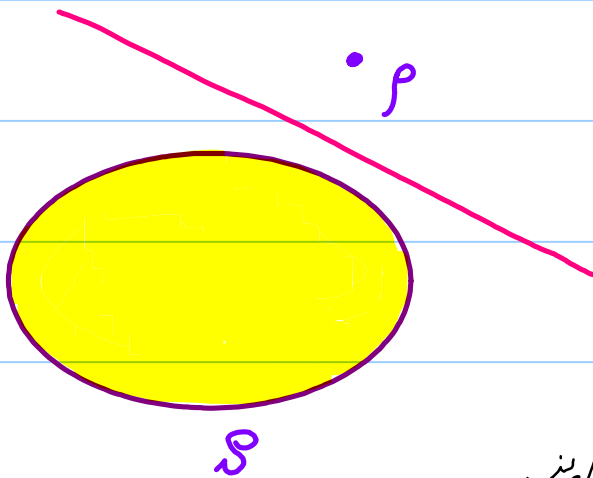
$$S(\rho_A) \leq S(\rho_{AB}) ; S(\rho_B) \leq S(\rho_{AB})$$

• شاهد در هم تنیدگی

• فضای بانخ Banach Space

یک فضای بردار دایره‌ای که کامل باشد.

• قضیهٔ هان-بانخ Hahn-Banach Theorem



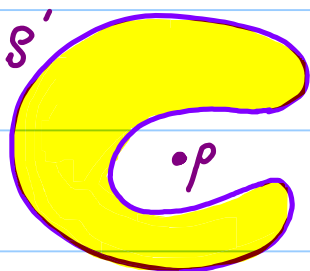
اگر S یک مجموعه محدب در E

فضای بانخ باشد، p یک نقطه بیرون S

آنگاه، خطی که p را از S جدا کند.

مثال: انتفض

(الف)



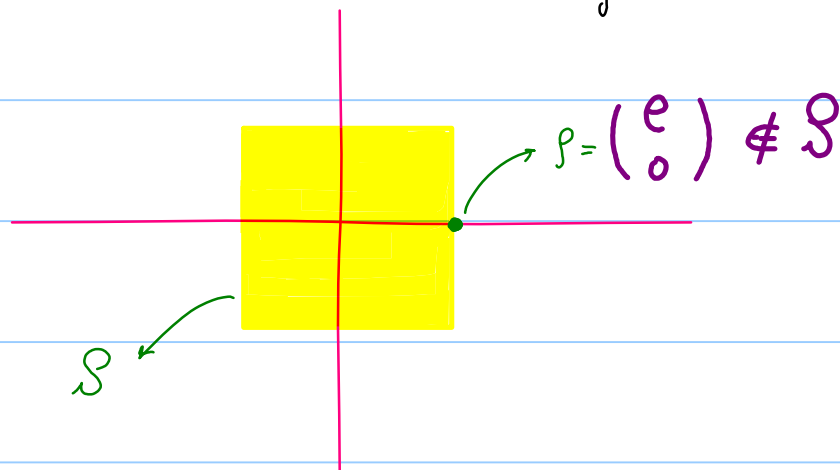
$$\mathbb{Q} = \text{مجموعة الأعداد النسبية} \quad \text{---}$$

$$\mathbb{Q}^2 = \left\{ x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \mid x_1, x_2 \in \mathbb{Q} \right\}$$

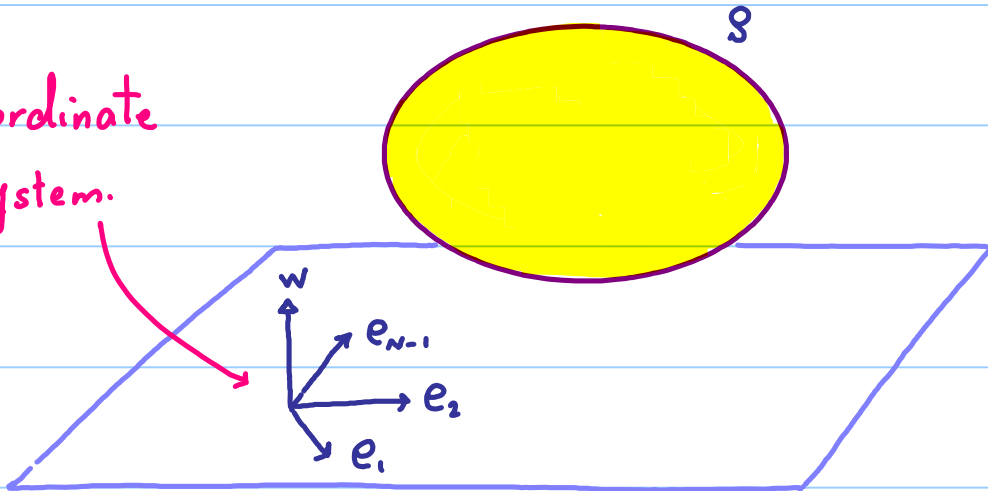
$\mathbb{Q}^2$ is a vector space over $\mathbb{Q}$.

$\mathbb{Q}^2$ is normed with $\|x\| = \max(|x_1|, |x_2|)$

$$S = \{ x \in \mathbb{Q}^2 \mid \|x\| < e \}$$



Coordinate
System.



• p

موله' n m p منی است.

موله' n m p $S \supseteq S$ مت است

• سوال: ازجا مرتبه W می تونه خوب است؟

• پاسخ: مرتبه دهه بشیم.

$$1) \quad \text{tr}(W\phi) \geq 0 \quad \forall \phi \in S$$

$$2) \quad \text{tr}(Wp) < 0 \quad \text{for some } p.$$

• مثال از محاسبه شرط ① لاله: $W = -P_{AB}$. $p =$ عکس تصویر

• مثال از معکوس به شرط ۲) لایبل: $W = P_{AB}$

• مثال از میانه درم بیند؟ $W = P^{T_A}$

$$\text{tr}(R^{T_A} S) = \text{tr}(R S^{T_A})$$

• اثبات:

$$(R^{T_A})^{T_B} = R^T \quad \text{لایبل} \quad R = R_{ij,kl} \quad i,j \times k,l$$

• تغییر پایه سادک

let $Q = \text{any projector on } \mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$

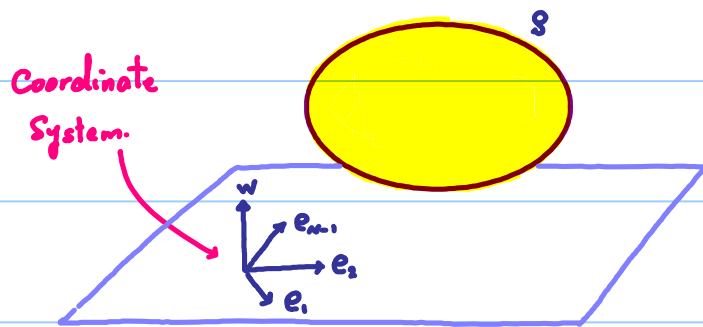
$$W := Q^{T_A}$$

for any $\sigma \in \mathcal{S}$

$$\text{then} \rightarrow \text{tr}(W\sigma) = \text{tr}(Q^{T_A}\sigma) = \text{tr}(Q\sigma^{T_A}) \geq 0.$$

It's obvious that $\exists \rho : \text{tr}(W\rho) < 0.$

• اگر می W می توان بیان چه کاری می توان انجام داد؟



given ρ



① if $\text{tr}(w\rho) > 0 \rightarrow$

ρ با w هم‌جهت است



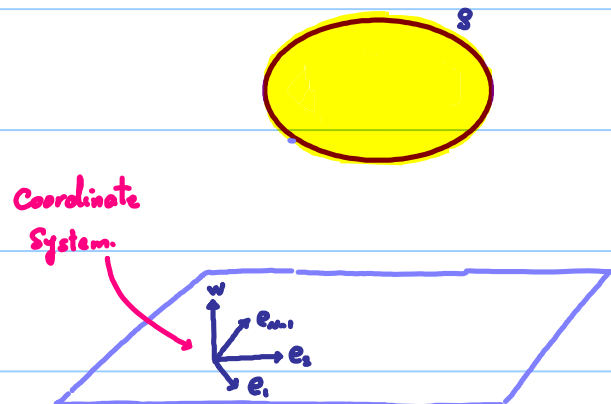
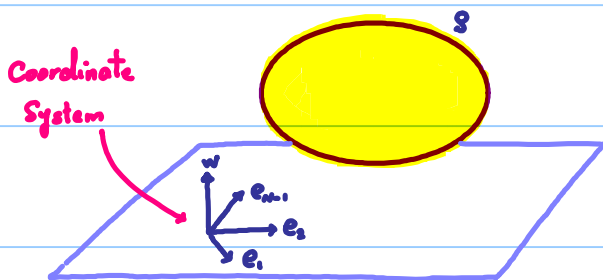
ρ ممکن است جوابی ندهد یا درم تندی باشد.

② if $\text{tr}(w\rho) < 0 \rightarrow$

ρ با w پهنی هم‌جهت است



ρ قطعا درم تندی است.



که w خوب

که w نه چندان خوب

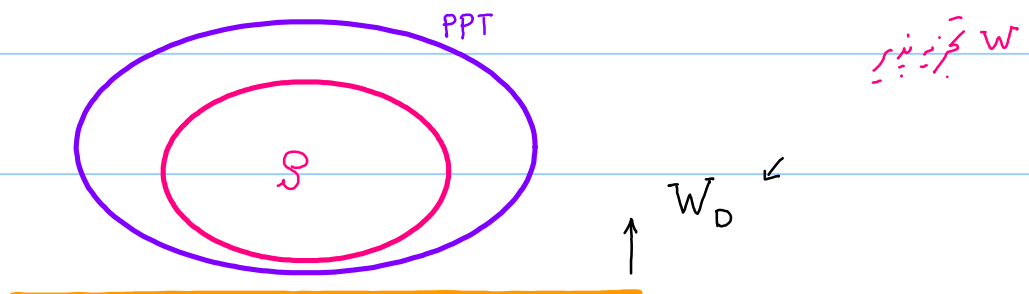
• **تعریف:** یک W تجزیه پذیر است اگر عکس در تصویر p, Q وجود داشته باشند، قسماً که

$$W = p + Q^{T_A}$$

• **قضیه:** اگر یک W هم در W تجزیه پذیر باشد، حالت در ppt نمی تواند
آشکارسازند.

$$\text{tr}(Wp) = \text{tr}((p + Q^{T_A})p) = \text{tr}(pp) + \text{tr}(Qp^{T_A}) \geq 0.$$

نمایشی با یک W تجزیه پذیر شکل زیر است:



• نمایشی با یک W تجزیه ناپذیر، وضعیت به شکل زیر است:



example: $|\phi^+\rangle := \frac{1}{\sqrt{2}} (|00\rangle + |11\rangle)$

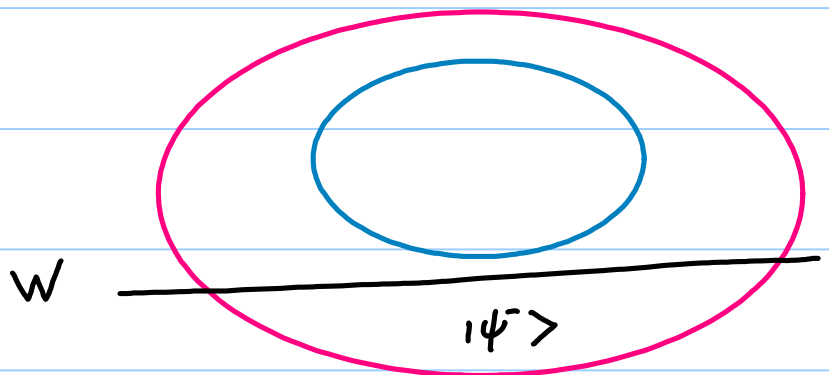
$$Q = |\phi^+\rangle \langle \phi^+| = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ & & & 1 \end{bmatrix}$$

$$Q^{T_A} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ & & & 1 \end{bmatrix} \quad Q^{T_A} \text{ is an EW.}$$

Q^{T_A} detects $|\psi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|01\rangle - |10\rangle)$

$$P = |\psi^-\rangle \langle \psi^-| = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & & & \\ & 1 & -1 & \\ & -1 & 1 & \\ & & & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{tr}(PW) = -1$$



ناسازگارگی، به عنوان شهود هم تنیدی.



A

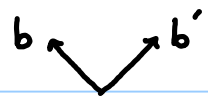
particles



B



Measurements



$A_a, A_{a'}$

Measurement Results

$B_b, B_{b'}$

$A_a = A_a(\lambda)$ Before measurement Reality

$A_a = A_a(\lambda)$ doesn't depend on b . Locality

$$\int P(\lambda) d\lambda = 1$$

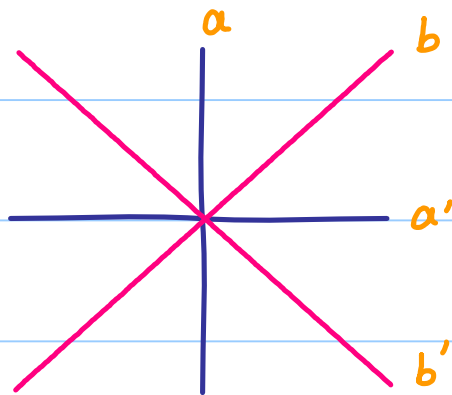
$$(A_a + A_{a'}) B_a + (A_a - A_{a'}) B_{a'} = \pm 2$$

$$\rightarrow E(a, b) = \int A_a(\lambda) B_b(\lambda) P(\lambda) d\lambda$$

$$E(a, b) + E(a', b) + E(a, b') - E(a', b') =$$

$$= \int P(\lambda) \{ (A_a(\lambda) + A_{a'}(\lambda)) B_b(\lambda) + (A_a(\lambda) - A_{a'}(\lambda)) B_{b'}(\lambda) \} d\lambda$$

$$| E(a, b) + E(a', b) + E(a, b') - E(a', b') | \leq 2$$



$$|\psi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|01\rangle - |10\rangle)$$

$$E(a,b) + E(a',b) + E(a,b') - E(a',b') =$$

$$= \langle \psi^- | \sigma_a \otimes \sigma_b + \sigma_{a'} \otimes \sigma_b + \sigma_a \otimes \sigma_{b'} - \sigma_{a'} \otimes \sigma_{b'} | \psi^- \rangle$$

$$= 2\sqrt{2}$$

$$W := 2 - \sigma_a \otimes \sigma_b - \sigma_{a'} \otimes \sigma_b - \sigma_a \otimes \sigma_{b'} + \sigma_{a'} \otimes \sigma_{b'}$$

• دسته نبر حالت ۲ درم آئید. برابر استند! آید Dense Coding

What is Dense Coding.

Alice

$$|\phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|00\rangle + |11\rangle)$$

Bob

a

b

$$|\phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|00\rangle + |11\rangle)$$

$$|\psi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|10\rangle + |01\rangle)$$

$$|\phi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|00\rangle - |11\rangle)$$

$$|\psi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|10\rangle - |01\rangle)$$

$$(I \otimes I) |\phi^+\rangle = |\phi^+\rangle$$

$$(X \otimes I) |\phi^+\rangle = |\psi^+\rangle$$

$$(Z \otimes I) |\phi^+\rangle = |\phi^-\rangle$$

$$(Y \otimes I) |\phi^+\rangle = |\psi^-\rangle$$

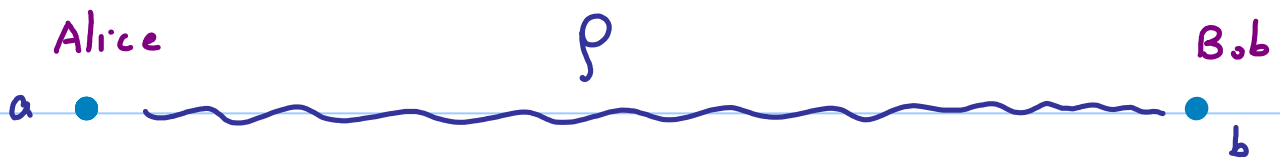
Alice

Bob



$$1 \text{ qubit} \equiv 2 \text{ bits.}$$

what if instead of $|\phi^+\rangle$ we have this?

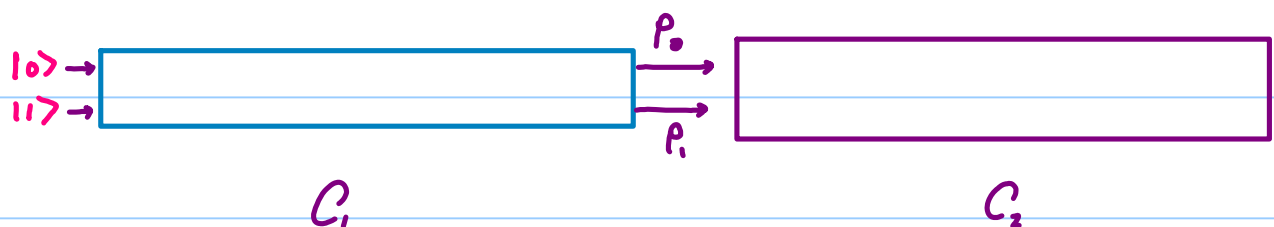


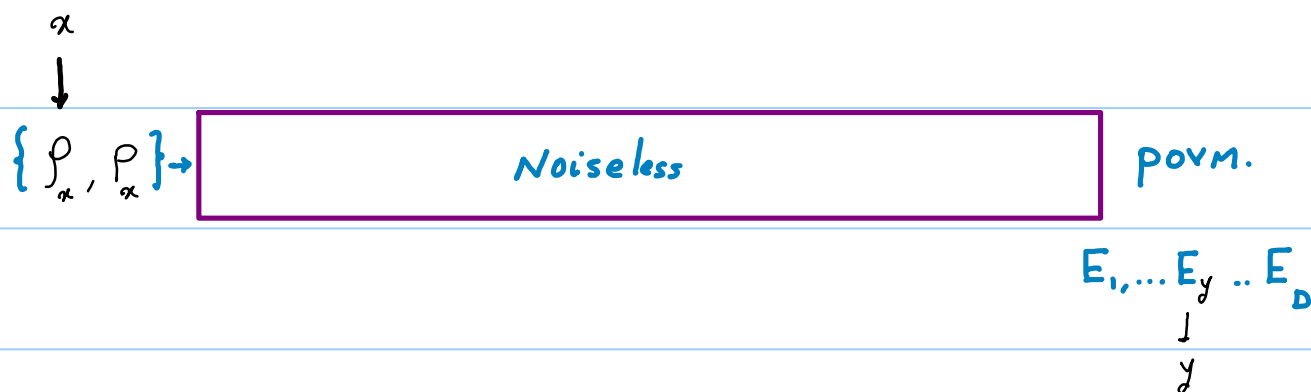
Holevo Bound

Alice

Classical Message 0 0 0 0 0 1 1 0 1 0 1 1

$0 \rightarrow |0\rangle$ or $0 \rightarrow |+\rangle$ or $0 \rightarrow \rho_0$
 $1 \rightarrow |1\rangle$ $1 \rightarrow |-\rangle$ $1 \rightarrow \rho_1$





$$p(y|\alpha) = \text{tr}(E_y \rho_\alpha)$$

mutual information:

$$I(\text{in}, \text{out}) := H(x) - H(x|Y).$$

Accessible Information = $\max_{\text{povm's}} I(\text{in}, \text{out})$

Holevo Bound:

$$Acc \leq \chi$$

$$\chi := S(\bar{\rho}) - \sum_i p_i S(\rho_i)$$

example: For pure states $S(\rho_i) = 0$ $\chi = S(\bar{\rho})$

$$\chi = S\left(\sum_i p_i \rho_i\right)$$

if the input ensemble is $\left\{(|+\rangle, \frac{1}{2}), (|-\rangle, \frac{1}{2})\right\}$

$$\chi = 1.$$

if the input ensemble is: $\left\{(|\uparrow\rangle, \frac{1}{2}), (|\nearrow\rangle, \frac{1}{2})\right\}$

then $\chi \leq 1.$

Capacity of quantum dense coding channel.



تعریف این کانال چیست؟

1) Alice: applies U_i with probability p_i . ρ

produces $\rho_i = (U_i \otimes I) \rho_{AB} (U_i^\dagger \otimes I).$

2) she sends ρ_i to Bob.

3) Bob does his best measurements to identify i .

$$C(\rho_{AB}) := \max_{\{P_i, P_i\}} \chi\{P_i, P_i\}$$

$$C(\rho_{AB}) = \max_{\{P_i, P_i\}} S(\sum_i P_i P_i) - \sum_i P_i S(P_i)$$

1) Since $\rho_i = (U_i \otimes I) \rho_{AB} (U_i^\dagger \otimes I) \rightarrow S(\rho_i) = S(\rho_{AB}).$

2) $S(\bar{\rho}) \leq S(\bar{\rho}_A) + S(\bar{\rho}_B)$

$$\bar{\rho} = \sum_i \rho_i \rho_i = \sum_i \rho_i (U_i \otimes 1) \rho_{AB} (U_i^\dagger \otimes 1)$$

$$\bar{\rho}_B = \text{tr}_A(\bar{\rho}) = \text{tr}_A \sum_i \rho_i (1 \otimes 1) \rho_{AB} =$$

$$= \text{tr}_A \rho_{AB} = \rho_B$$

$$S(\bar{\rho}_A) \leq \log_2 d_A$$

$$\rightarrow S(\bar{\rho}) \leq \log_2 d_A + S(\rho_B)$$

• سوال: آیا: حد $S(\bar{\rho}_A) = \log_2 d_A$ می‌تواند برسد؟

• پاسخ: بله: W_i $\rho_i = \frac{1}{d_A^2}$

w_i ، سربتیک مجزیه نام باشند برین مناسه :

$$\frac{1}{d^2} \sum_i w_i \sigma w_i^\dagger = \text{tr}(\sigma) \mathbb{1} \quad \forall \sigma.$$

$$\text{گت برین شریف} \quad S(\bar{\rho}_A) = \log_2 d_A.$$

$$\rightarrow C(\rho_{AB}) = \log_2 d_A + S(\rho_B) - S(\rho_{AB})$$

• بدون حالت در هم تنیده، ظرفیت برین لایه $\log_2 d_A$ است.

نبا برین ظرفیت چنین لایه در حالت دلالت بر این است:

$$C_{\text{classical}} = \log_2 d_A$$

حالت در هم تنیده فقط رتی ظرفیت کوانتوم از ظرفیت کلاسیک بیشتر است که شواهد زیر را دارد:

$$S(\rho_B) \geq S(\rho_{AB})$$

• تمرین: نشان دهید که هیچگاه حالت PPT بهر آنگاه نیز بزرگتر از آنگاه نیست، یعنی

این حالت در PPT بهر Dense Coding متعلق نیستند.

• تمرین: نشان دهید که حالت در زیر

$$\rho_w = \alpha |\phi_{00}\rangle\langle\phi_{00}| + (1-\alpha) \frac{I}{4}$$

به اندازه کافی از مقدار α NPT است. در این وجه، حالت فوق بهر Dense Coding متعلق نیست.

وضوح حالت بهر قابلیت آنگاه Dense Coding.

